**Handreichung zum Arbeitsblatt:**

**Übungsaufgaben – Teilbarkeitsregeln und Primfaktoren**

**Mathematisches Gebiet:** Primzahlen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 6 / Oberschule, Klasse 5

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Zur Übung von Primfaktorzerlegung und Teilbarkeitsregeln im Rahmen der Behandlung von Primzahlen

(Gymnasium: WP 3 „Primzahlen“)

(Oberschule: LB 1 „Natürliche Zahlen“)

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Kennen des Primzahlbegriffs und einfacher Primzahlen
* Kennen des Verfahrens der Primfaktorzerlegung
* Kennen der Teilbarkeitsregeln

**Zeitvorgabe:** 30 bis 45 Minuten

**Inhalt:**

Das Arbeitsblatt ist für selbstständiges Üben der Schülerinnen und Schüler der Primfaktorzerlegung und Teilbarkeitsregeln in Einzelarbeit konzipiert. Es ist zum differenzierten Arbeiten geeignet, da die Lernenden die zu bearbeitenden Aufgaben selbstständig wählen können. Jede Aufgabe wird mit einer bis vier Sonnen (). Es muss eine Mindestanzahl von Aufgaben auf dem Arbeitsblatt erreicht werden. Dabei ist zu beachten, dass sich einige Aufgabenstellungen in den verschiedenen Stufen wiederholen, sodass hier garantiert wird, dass die Schülerinnen und Schüler unabhängig vom gewählten Schwierigkeitsgrad ähnliche Aufgabenstellungen bearbeiten. Das Arbeitsblatt beinhaltet Aufgaben der Anforderungsbereiche 1 bis 3. Die Sonnenanzahl der einzelnen Aufgaben ist dabei so verteilt, dass nicht nur Aufgaben der niedrigsten Stufe wählbar sind oder nur eine Aufgabe pro Stufe bearbeitet werden kann. Um die Mindestanzahl von Sonnen zu erreichen, müssen die Lernenden mindestens eine Aufgabe der Stufe 3 bearbeiten. Für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler besteht im Gegenzug die Möglichkeit, nur Aufgaben der Stufen 3 und 4 zu erledigen und mehr als die geforderte Mindestanzahl von Sonnen zu sammeln. Die Sonnenanzahl kann jeder Zeit von der Lehrkraft angepasst werden.

Die Aufgaben beinhalten die Primfaktorzerlegung und Teilbarkeitsregeln. Ausnahme ist hier nur die letzte Aufgabe, welche sich mit 4 Sonnen als eine besondere Herausforderung darstellt, da sie sowohl das Kennen höherer Primzahlen abverlangt als auch die richtige Kombination dieser.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Die Schülerinnen und Schüler können selbstständig Zahlen in ihre Primfaktoren zerlegen und umgekehrt Zahlen anhand ihrer Primfaktoren ermitteln.
* Die Schülerinnen und Schüler können die Teilbarkeitsregeln für Zahlen, die kleiner als 10 sind, formulieren und anwenden.
* Anhand ihres Wissens zu den Themen Primfaktorzerlegung und Teilbarkeitsregeln können die Schülerinnen und Schüler entsprechende Aussagen bzw. Behauptungen verifizieren oder widerlegen.

**Materialbedarf:**

1 Arbeitsblatt pro Schüler

Übungsaufgaben – Teilbarkeitsregeln und Primfaktoren

Du hast die Wahl! Suche dir Aufgaben aus, die du lösen willst. Beachte hierbei, dass du alle Teilaufgaben lösen musst. Hast du alle Teilaufgaben gelöst, kannst du dir die Sonnenanzahl, die vor der Aufgabe steht, anrechnen. Sammle mindestens 15 Sonnen.

1. Die Schüler und Schülerinnen haben ihre Zahlen in Primfaktoren zerlegt.   
   Welche Zahlen waren das?

a) Marie: 2, 3, 5 b) Paul: 5, 7, 2 c) Lucas: 3,7,11

1. Zerlege die folgenden Zahlen in ihre Primfaktoren.

a) 36 b) 45 c) 63

1. Zahlen wurden in ihre Primfaktoren zerlegt. Stimmt das Ergebnis?  
   Falls es nicht stimmt, korrigiere es.

a) 24 = 1 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 b) 38 = 2 ∙ 19 c) 88 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 11

1. Notiere jeweils die ersten 3 Zahlen zwischen 49 und 91, die durch

a) 3 teilbar sind b) 5 teilbar sind c) 7 teilbar sind

1. Gib an, ob die Behauptung wahr (w) oder falsch (f) ist. Schreibe bei falschen Behauptungen eine Begründung auf.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Behauptung | w / f | Begründung |
| a) | Die 1 ist keine Primzahl, da sie nur einen Teiler hat. |  |  |
| b) | Zwischen 20 und 40 gibt es genau 3 Primzahlen. |  |  |
| c) | Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn die Quersumme durch 3 teilbar ist. |  |  |

1. Woran erkennt man, ob eine Zahl durch

a) 3 teilbar ist? b) 5 teilbar ist? c) 2 teilbar ist?

1. Die Schüler und Schülerinnen haben ihre Zahlen in Primfaktoren zerlegt.   
   Welche Zahlen waren das?

a) Hanna: 5, 11, 13 b) Franzi: 5, 5, 11 c) Julian: 3, 13, 17

1. Zerlege die folgenden Zahlen in ihre Primfaktoren.

a) 56 b) 99 c) 100

1. Zahlen wurden in ihre Primfaktoren zerlegt. Stimmt das Ergebnis?  
   Falls es nicht stimmt, korrigiere es.

a) 125 = 5 ∙ 5 ∙ 5 b) 96 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 c) 225 = 3 ∙ 5 ∙ 5 ∙ 3

1. Gib an, ob die Behauptung wahr (w) oder falsch (f) ist. Schreibe bei falschen Behauptungen eine Begründung auf.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Behauptung | w / f | Begründung |
| a) | Primzahlen sind immer ungerade, da sie sonst den Teiler 2 hätten. |  |  |
| b) | Wenn man bei einer Zahl mehr als 2 Teiler findet, dann ist sie keine Primzahl. |  |  |
| c) | Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn die Quersumme durch 9 teilbar ist. |  |  |

1. Die Schüler und Schülerinnen haben ihre Zahlen in Primfaktoren zerlegt.  
   Welche Zahlen waren das?

a) Johanna: 13,17,19 b) Thomas: 23, 29, 31 c) Chris: 17, 29, 47

1. Zerlege die folgenden Zahlen in ihre Primfaktoren.

a) 145 b) 162 c) 276

1. Zahlen wurden in ihre Primfaktoren zerlegt. Stimmt das Ergebnis?  
   Falls es nicht stimmt, korrigiere es.

a) 156 = 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 11 b) 90 = 2 ∙ 5 ∙ 9 c) 163 = 1 ∙ 163

1. Gib an, ob die Behauptung wahr (w) oder falsch (f) ist. Schreibe bei falschen Behauptungen eine Begründung auf.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Behauptung | w / f | Begründung |
| a) | Multipliziert man zwei Primzahlen und addiert Eins, erhält man wieder eine Primzahl  (z.B. 2 ∙ 5 + 1 = 11) |  |  |
| b) | 1009 ist die größte Primzahl. |  |  |
| c) | Eine Zahl ist durch 12 teilbar, wenn die letzten beiden Ziffern durch 12 teilbar sind. |  |  |

1. Lisa behauptet: „Wenn du die Ziffern von 1 bis 9 in beliebiger Reihenfolge aneinanderreihst, erhältst du eine durch 9 teilbare Zahl.“ Hat sie Recht?
2. Vervollständige die kniffligen Quadrate. Es muss bei jeder Zeile, jeder Spalte und den beiden Diagonalen immer die Summe 177 herauskommen, aber du darfst dafür nur Primzahlen einsetzen.

a) b) c)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 17 |  |  |
|  | 59 |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  | 59 |  |
|  |  | 71 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | 107 |
|  | 59 |  |
|  |  |  |

**Erwartungshorizont:**

**Differenzierte Aufgaben – Teilbarkeitsregeln und Primfaktoren**

1. a) 2 ∙ 3 ∙ 5 = 30 b) 5 ∙ 7 ∙ 2 = 70 c) 3 ∙ 7 ∙ 11 = 231

2. a) 36 = 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 3 b) 45 = 3 ∙ 3 ∙ 5 c) 63 = 3 ∙ 3 ∙ 7

3. a) f:24 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 b) w c) f: 88 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 11

4. a) 51, 54, 57 b) 50, 55, 60 c) 56, 63, 70

5. a) w b) f: 23, 29, 31, 37 c) w

6. a) QS durch 3 teilbar b) endet auf 5; 0 c) endet auf 0; 2; 4; 6; 8

7. a) 5 ∙ 11 ∙ 13 = 715 b) 5 ∙ 5 ∙ 11 = 275 c) 3 ∙ 13 ∙ 17 = 663

8. a) 56 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 7 b) 99 = 3 ∙ 3 ∙ 11 c) 100 = 2 ∙ 2 ∙ 5 ∙ 5

9. a) w b) f: 96 = 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 2 ∙ 3 c) w

10. a) f: 2 b) w c) w

11. a) 13 ∙ 17 ∙ 19 = 4199 b) 23 ∙ 29 ∙ 31 = 20.677 c) 17 ∙ 29 ∙ 47 = 23.171

12. a) 145 = 5 ∙ 29 b) 162 = 2 ∙ 3 ∙ 3 ∙ 3 ∙ 3 c) 276 = 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 23

13. a) f: 156 = 2 ∙ 2 ∙ 3 ∙ 13 b) f: 90 = 2 ∙ 3 ∙ 3 ∙ 5 c) f: 163 = 163

14. a) f: 3 ∙ 5 + 1 = 16 b) f: 1279 c) f: 12 teilt 112 nicht

15. Ja, sie hat Recht. Die Quersumme der gebildeten Zahl ist immer 45, denn wenn man alle Zahlen von 1 bis 9 addiert, erhält man 45. Da 45 durch 9 teilbar ist, ist auch die gebildete Zahl durch 9 teilbar.

16. a) b) c)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 17 | 101 | 59 |
| 101 | 59 | 17 |
| 59 | 17 | 101 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 47 | 71 | 59 |
| 71 | 59 | 47 |
| 59 | 47 | 71 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 59 | 11 | 107 |
| 107 | 59 | 11 |
| 11 | 107 | 59 |