**Handreichung zum Arbeitsblatt:**

**Übungsaufgaben – Primfaktorzerlegung**

**Mathematisches Gebiet:** Primzahlen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 6 / Oberschule, Klasse 5

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Zur Übung und Festigung des Verfahrens der Primfaktorzerlegung im Rahmen der Behandlung von Primzahlen

(Gymnasium: WP 3 „Primzahlen“)

(Oberschule: LB 1 „Natürliche Zahlen“)

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Kennen des Primzahlbegriffs und einfacher Primzahlen
* Kennen des Begriffs und des Verfahrens der Primfaktorzerlegung
* Kennen des Begriffs des größten gemeinsamen Teilers (ggT)

**Zeitvorgabe:** 30 bis 45 Minuten

**Inhalt:**

Das Arbeitsblatt dient zur Übung und Festigung des Verfahrens der Primfaktorzerlegung. Es beinhaltet Aufgaben des Anforderungsbereichs 1 und 2. Je nach Unterrichtssituation kann es in Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit bearbeitet werden, mit Ausnahme von Aufgabe 3, die in Partnerarbeit erledigt wird. Die Schülerinnen und Schüler arbeiten mit Tabellen zur Primfaktorzerlegung. Dabei sollen sowohl für Zahlen die entsprechenden Primfaktorzerlegungen in die Tabellen eingetragen werden, anhand ausgefüllter Zerlegungstabellen die zugehörige Zahl bestimmt werden, als auch Untersuchungen zur Struktur solcher Tabellen durchgeführt werden und die Beziehung der Tabellen zum ggT untersucht werden.

Die Aufgaben sind in aufsteigender Schwierigkeit angeordnet, sodass das Arbeitsblatt Ansätze zur Differenzierung bietet, die je nach gegebenen Voraussetzungen innerhalb der entsprechenden Lerngruppe gestaltet werden kann. Dies kann beispielsweise durch Zuteilung bestimmter Aufgaben an die einzelnen Lernenden / Paare / Gruppen durch die Lehrkraft erfolgen oder durch eigenständige Wahl der Schülerinnen und Schüler. Die Aufgaben 3 und 7 sind zusätzlich selbstdifferenzierend.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Die Schülerinnen und Schüler können eine Zahl mit Hilfe einer Tabelle in ihre Primfaktoren zerlegen.
* Die Schülerinnen und Schüler können anhand einer gegebenen Primfaktorenzerlegung in Tabellenform die zugehörige Zahl bestimmen.
* Die Schülerinnen und Schüler können zu einer vorgegebenen (leeren) Tabelle Aussagen über Primfaktorenzerlegungen machen, die mit Hilfe dieser Tabelle möglich / nicht mehr möglich sind.
* Die Schülerinnen und Schüler können Aussagen über Muster in Primfaktorzerlegungstabellen aus gegebenen Teilaussagen passend zusammensetzen.
* Die Schülerinnen und Schüler können durch schrittweise Anleitung anhand eines Beispiels den Zusammenhang zwischen Primfaktorzerlegungstabellen und dem ggT zweier Zahlen formulieren und anhand selbst gewählter Beispiele überprüfen.

**Materialbedarf:**

1 Arbeitsblatt pro Schüler / Paar / Gruppe

Übungsaufgaben – Primfaktorzerlegung

Kreuze an, in welche Primfaktoren die Zahl zerlegt werden kann. Wenn ein Primfaktor mehrmals vorkommt, dann setze mehrere Kreuze in diese Zeile. Hier siehst du Beispiele:

Zahl: 4 Zahl: 12 Zahl: 125

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X | X |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X | X |
| 3 | X |  |
| 5 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 5 | X | X | X |

1. Zerlege die Zahlen in Primfaktoren und kreuze, wie oben beschrieben, die entsprechenden Primfaktoren in der Tabelle an.

Zahl: 36 Zahl: 231 Zahl: 1050

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |
| 11 |  |  |  |

1. Finde heraus, welche Zahlen in ihre Primfaktoren zerlegt wurden.

Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X |  |
| 3 | X | X |
| 5 | X |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 | X | X |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | X | X | X |
| 3 |  |  |  |
| 5 | X |  |  |
| 7 | X |  |  |
| 11 |  |  |  |

1. Überlege dir eine Zahl. Zerlege diese in ihre Primfaktoren und kreuze diese an. Gib die Tabelle deinem Nachbarn. Er soll herausbekommen, welche Zahl du dir überlegt hast.

Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

4. Hier siehst du eine Tabelle, mit der Primfaktoren dargestellt werden können.

a) Nenne die kleinste Zahl größer als 1, die nicht dargestellt werden kann? \_\_\_\_\_\_\_\_

b) Eine Zahl ist durch 15 teilbar. Beschreibe, wie die Tabelle aussehen kann.

c) Nenne die kleinste Zahl, die aufgrund zu weniger Spalten nicht mehr dargestellt werden kann. \_\_\_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |
| 13 |  |  |

1. Ordne die passenden Aussagen zu. Trage die Zahlen unten in die Tabelle ein.

|  |  |
| --- | --- |
| Die Tabelle hat... | Die Zahl... |
| a) … genau 2 Kreuze in einer Zeile. | 1) … hat mindestens 2 Teiler. |
| b) … genau ein Kreuz. | 2) … ist gerade. |
| c) … 2 Kreuze in der 2. Zeile. | 3) … ist eine Primzahl. |
| d) … genau 2 Kreuze. | 4) … hat mindestens 3 Teiler. |
| e) … in der ersten Zeile ein Kreuz. | 5) … ist durch 9 teilbar. |
| f) … mehr als 2 Kreuze. | 6) … ist eine Quadratzahl |

**Lösung:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tabelle | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
| Zahl |  |  |  |  |  |  |

1. Zahl: 30 Zahl: 36 Zahl: \_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |

a) Kreuze die Primfaktoren für die Zahlen 30 und 36 an.

b) Berechne ggT(30;36) = \_\_\_\_\_

c) Trage das Ergebnis in die dritte Tabelle ein und zerlege auch diese Zahl in ihre Primfaktoren.

d) Vergleiche nun die Primfaktoren der dritten Tabelle mit den Primfaktoren der ersten beiden Tabellen. Was stellst du fest?

1. Überprüfe deine neue Erkenntnis aus Aufgabe 6 an selbst gewählten Beispielen.

ggt (\_\_\_\_ , \_\_\_\_) = \_\_\_\_\_\_\_

Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |

ggt (\_\_\_\_ , \_\_\_\_) = \_\_\_\_\_\_\_

Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_ Zahl: \_\_\_\_\_\_

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |

1. Fallen dir weitere (Rechen-)Aufgaben ein, die durch die Primfaktorzerlegung leichter werden? Begründe.

Erwartungshorizont:  
Differenzierte Aufgaben – Primfaktorzerlegung

1. Zahl: 36 Zahl: 231 Zahl: 1050

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X | X |
| 3 | X | X |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 |  |  |
| 3 | X |  |
| 5 |  |  |
| 7 | X |  |
| 11 | X |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | X |  |  |
| 3 | X |  |  |
| 5 | X | X |  |
| 7 | X |  |  |
| 11 |  |  |  |

1. Zahl: 90 Zahl: 242 Zahl: 280

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X |  |
| 3 | X | X |
| 5 | X |  |
| 7 |  |  |
| 11 |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X |  |
| 3 |  |  |
| 5 |  |  |
| 7 |  |  |
| 11 | X | X |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | X | X | X |
| 3 |  |  |  |
| 5 | X |  |  |
| 7 | X |  |  |
| 11 |  |  |  |

1. Freie Beispiele
2. a) 8

b) jeweils mindestens ein Kreuz bei 3 und 5

c) 8

1. Lösung:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tabelle | a) | b) | c) | d) | e) | f) |
| Zahl | 1, 6 | 3 | 1, 5 | 1 | 2 | 4 |

1. Zahl: 30 Zahl: 36 Zahl: 6

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X |  |
| 3 | X |  |
| 5 | X |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 2 | X | X |
| 3 | X | X |
| 5 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 2 | X |  |  |
| 3 | X |  |  |
| 5 |  |  |  |

a) Kreuze die Primfaktoren für die Zahlen 30 und 36 an.

b) Berechne ggT(30;36) = 6

c) In Tabelle überprüfen

d) Der ggT ist das Produkt aus all den gemeinsamen Primfaktoren der beiden Zahlen.

1. Freie Beispiele
2. Dividieren, kgV