**Handreichung zu „Funktionen und ihre Graphen“**

**Mathematisches Gebiet:** Funktionen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 10

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Vorbereitung auf die BLF

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 3 „Funktionen und lineare Gleichungssysteme“, Klasse 8
* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 1 „Funktionen und Potenzen“, Klasse 9
* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 1 „Wachstum und periodische Vorgänge“ und Lernbereich 4 „Funktionale Zusammenhänge“, Klasse 10

**Inhalt:**

Das Material dient zur spielerischen Wiederholung von Funktionseigenschaften, dem Zeichnen von Graphen und dem Ermitteln von Funktionsgleichungen anhand des Graphen. Es wird in Gruppenarbeit (4 bis 6 Personen, vorzugsweise 5 Personen) bearbeitet.

Das Material funktioniert nach dem Prinzip des Spiels „Stille Post“. Jedes Gruppenmitglied nimmt ein Blatt vom Stapel. Auf diesem Blatt ist zunächst eine Funktionsgleichung einer linearen, quadratischen oder kubischen Funktion vorgegeben. Die wird von den Lernenden in ein Koordinatensystem gezeichnet. Anschließend wird das Blatt gefaltet, sodass die Funktionsgleichung nicht mehr sichtbar ist. Dann wird es dem Nachbarn oder der Nachbarin gereicht. Nach diesem Prinzip wird weiter vorgegangen, wobei anschließend anhand des Graphen die Eigenschaften der Funktion aufgelistet werden müssen, diese vom nächsten Gruppenmitglied anschließend wieder als Graph umgesetzt werden müssen und schließlich von einem weiteren Gruppenmitglied die zugehörige Funktionsgleichung zu diesem Graphen bestimmt wird. Abschließend können die einzelnen Blätter in der Gruppe oder vom Einzelnen ausgewertet und Ursachen für mögliche Veränderungen ermittelt werden.

Als zusätzliches Material stehen sechs weitere Blätter mit schwierigeren Funktionen zur Verfügung. Dies umfasst Potenzfunktionen, bei welchen mehr Parameter verändert wurden, trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktionen.

Um Papier einsparen ist es möglich die Arbeitsblätter im DIN A5 Format auszudrucken. Jedes Arbeitsblatt muss in mehrfacher Auflage vorliegen, kann allerdings zunächst in gewissem Umfang vorgedruckt und gegebenenfalls erneut kopiert werden.

Als Abwandlungsmöglichkeit können die Funktionsgleichungen dem Niveau der Klasse angepasst werden. Somit ist es möglich einfachere oder komplexere Gleichungen zu erstellen.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:** Die Schülerinnen und Schüler…

* …können anhand einer gegebenen Funktionsgleichung den Funktionsgraphen in ein gegebenes Koordinatensystem zeichnen.
* …können anhand eines gegebenen Funktionsgraphen die Eigenschaften der Funktion (Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Schnittpunkte mit den Achsen, Monotonie, ggf. Verschiebung des Graphen, ggf. besondere Punkte) benennen.
* …können anhand von gegebenen Eigenschaften einer Funktion ihren Funktionsgraphen in ein gegebenes Koordinatensystem zeichnen.
* …können anhand eines gegebenen Funktionsgraphen die zugehörige Funktionsgleichung aufstellen.

**Materialbedarf:**

Arbeitsauftrag

Arbeitsblätter für jede Gruppe in Stapeln

**Medien:**

-

Material: Funktionen und ihre Graphen

4-6 Personen, 20 min, Hilfsmittel: keine

Querverweise: M2, M3, M4, M5, M6 als Voraussetzung

**Stille Post**

**Funktionen und ihre Graphen**

Es liegen sechs verschiedene Stapel mit Arbeitsblättern aus. Jedes Arbeitsblatt hat den gleichen Aufbau: Funktionsgleichung, Graphen, Eigenschaften, Graphen, Funktionsgleichung.

Nehmen Sie sich jeder von einem jeweils unterschiedlichen Stapel ein Blatt. Setzen Sie sich so gegenüber, dass niemand aus der Gruppe Ihnen zusehen kann (zur Hilfe können Bücher als Trennwand aufgestellt werden).

Zunächst zeichnen Sie den zur Gleichung zugehörigen Graphen in das Koordinatensystem. Falten Sie anschließend das Blatt so, dass nur noch der gezeichnete Graph zu sehen ist. Die Blätter werden nun reihum weitergegeben. Nun führen Sie die entsprechend nächste Zeile aus, falten das Blatt und geben es wieder weiter. Dies geschieht so lange, bis zum Schluss wieder eine Funktionsgleichung aufgestellt wurde.

Kontrollieren Sie Ihre Ergebnisse. Stimmen die Funktionsgleichungen von Anfang und Ende nicht überein, haben Sie einen Fehler gemacht. Finden Sie den Fehler und überlegen Sie gemeinsam, wie man den Fehler hätte vermeiden können.

Behalten Sie am Schluss Ihr Arbeitsblatt.

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung***hier falten*  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**   |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |



|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |



|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |



|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |



|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten*  |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen** *hier falten* |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCacheContent.Word\Koordinatensystem.png**Graphen der Funktion zeichnen** *hier falten* |
| **Funktionsgleichung** *hier falten*  |



**Funktionen und ihre Graphen – Erwartungsbild**

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\1.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝR {\displaystyle \mathbb {R} }, Wertebereich: ℝ
* Nullstelle bei , y-Achsenabschnitt bei
* Graph monoton fallend
* Steigung: linear
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung** |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\2.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ
* Nullstelle bei , y-Achsenabschnitt bei
* Graph monoton steigend
* Steigung: linear
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung** |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\3.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* Nullstellen bei , , Hochpunkt bei , y-Achsenabschnitt bei
* keine Streckung/Stauchung
* Graph monoton steigend bis , dann monoton fallend
* Parabel nach unten geöffnet
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\4.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* Nullstellen bei , , Tiefpunkt bei
* keine Streckung/Stauchung
* Graph monoton fallend bis , dann monoton steigend
* Parabel nach oben geöffnet
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\5.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ
* Nullstelle bei , keine Extrema, y-Achsenabschnitt bei
* keine Streckung/Stauchung
* monoton fallend, punktsymmetrisch zu
* Potenzfunktion
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\6.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ
* Nullstelle bei , keine Extrema, y-Achsenabschnitt bei
* keine Streckung/Stauchung
* monoton steigend, punktsymmetrisch zu
* Potenzfunktion
 |

|  |
| --- |
| Zusatzblätter:**Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\7.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* 2 Nullstellen (nicht klar ablesbar), Tiefpunkt bei , y-Achsenabschnitt bei , ablesbarer Punkt:
* gestreckt um Faktor 2
* monoton fallend bis , dann monoton steigend
* Parabel nach oben geöffnet
 |
|  |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\8.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ
* Nullstelle bei , keine Extrema
* gestreckt um Faktor 2
* monoton steigend, punktsymmetrisch zu
* Potenzfunktion
 |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\9.png |
| **Eigenschaften der Funktion und des Graphen*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* mehrere Nullstellen (nicht klar ablesbar), mehrere Extrema: Hochpunkte liegen bei , Tiefpunkte liegen bei , y-Achsenabschnitt bei 2 (dies ist auch ein Hochpunkt)
* keine Streckung/Stauchung
* monoton fallend und steigend im Wechsel
* periodische Funktion
 |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\10.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* mehrere Nullstellen (nicht klar ablesbar), mehrere Extrema: Hochpunkte liegen bei , Tiefpunkte liegen bei , y-Achsenabschnitt bei
* Streckung in y-Richtung mit Faktor 2
* monoton fallend und steigend im Wechsel
* periodische Funktion
 |

|  |
| --- |
| **Funktionsgleichung** |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\11.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit y > -1
* Nullstelle bei, keine Extrema, Graph schneidet y-Achse bei , Asymptote: , keine weiteren ablesbaren Punkte
* monoton steigend
* Wachstumsprozess (e-Funktion)
 |
| **Funktionsgleichung**  |
| **Graphen der Funktion zeichnen**C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\12.png |
| **Eigenschaften der Funktion*** Definitionsbereich: ℝ, Wertebereich: ℝ mit
* keine Nullstelle (x-Achse als Asymptote), keine Extrema, Graph schneidet y-Achse bei , ablesbare Punkte: ,
* monoton fallend
* Zerfallsprozess
 |