**Handreichung zu „Nullstellen und Schnittpunkte“**

**Mathematisches Gebiet:** Funktionen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 10

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Vorbereitung auf die BLF

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 3 „Funktionen und lineare Gleichungssysteme“, Klasse 8
* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 1 „Funktionen und Potenzen“, Klasse 9
* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 1 „Wachstum und periodische Vorgänge“ und Lernbereich 4 „Funktionale Zusammenhänge“, Klasse 10

**Inhalt:**

Das Material dient zur Wiederholung des Berechnens von Nullstellen ausgewählter Funktionen und des Berechnens von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen oder anderen Funktionen. Es wird in Einzelarbeit bearbeitet.

Die Schülerinnen und Schüler berechnen zunächst Nullstellen von linearen Funktionen, Potenz- und Exponentialfunktionen. Anschließend verifizieren bzw. falsifizieren sie gegebene Aussagen über Nullstellen von linearen Funktionen, Potenzfunktionen, Exponential- und Logarithmusfunktionen sowie trigonometrischen Funktionen. Weiterhin berechnen sie den Schnittpunkt zwischen zwei linearen Funktionen. Abschließend bestimmen die Schülerinnen und Schüler eine lineare Funktion mittels zweier gegebener Punkte und ermitteln dann deren Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen.

Das Material umfasst eine Zusatzaufgabe, wobei die Schülerinnen und Schüler die Gleichung einer linearen Funktion ermitteln für welche der Schnittpunkt mit einer anderen gegebenen linearen Funktion, die senkrecht zur gesuchten Funktion verläuft.

Bei diesem Material bietet es sich an einige Vorlagen zu laminieren um papiersparend zu arbeiten.

Als Abwandlungsmöglichkeit (insbesondere für Aufgabe 1) können die Funktionsgleichungen dem Niveau der Klasse angepasst werden. Somit ist es möglich einfachere oder komplexere Gleichungen zu erstellen.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:** Die Schülerinnen und Schüler…

* …können die Nullstellen elementarer Funktionen berechnen.
* …können Schnittpunkte mit den Achsen und zweier Funktionen berechnen.
* …können Aussagen zu Schnittpunkten und Nullstellen elementarer Funktionen überprüfen.
* …können eine Funktionsgleichung anhand einer gegebenen schneidenden Funktion und des Schnittpunktes ermitteln (Zusatz).

**Materialbedarf:**

1 Arbeitsblatt pro Schüler

**Medien:**

-

Material: Nullstellen und Schnittpunkte

Einzelarbeit, 30 min, Hilfsmittel: keine

Querverweise: keine

**Nullstellen und Schnittpunkte**

1. Bestimmen Sie rechnerisch die Nullstellen der folgenden Funktionen.
2. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Korrigieren Sie falsche Aussagen.
3. Die Logarithmusfunktion schneidet die x-Achse an der Stelle .
4. Die Parabel mit der Funktionsgleichung besitzt zwei Nullstellen.
5. Die Funktion besitzt unendlich viele Nullstellen.
6. Zwei Geraden und mit verlaufen parallel zueinander.
7. Zwei Geraden sind orthogonal zueinander, wenn ihre Steigungen miteinander multipliziert 1 ergeben.
8. Die Funktion besitzt keinen Schnittpunkt mit der x-Achse.
9. Gegeben sei die Gerade mit und h mit . Berechnen Sie den Schnittpunkt dieser beiden Geraden.
10. Die Gerade verläuft durch die Punkte und . Bestimmen Sie die Funktionsgleichung von und berechnen Sie die Schnittpunkte der Gerade mit den Koordinatenachsen.

Die Gerade mit schneidet die Gerade an der Stelle orthogonal. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden .

**Nullstellen und Schnittpunkte – Erwartungsbild**

1. Hinweis bei allen Aufgaben: Funktionsgleichung gleich setzen

Also ist die Nullstelle bei

oder

Also sind die Nullstellen bei und

c)

Substitution:

Gleichung mithilfe der pq-Formel nach z auflösen:

und

Rücksubstitution:

und

Also sind die Nullstellen bei , , und .

, also oder

Also sind die Nullstellen bei und .

Durch Probieren: ist die einzige Lösung, denn:

1. , wenn gilt:

oder

und

, wenn

(doppelte Nullstelle)

Also sind die Nullstellen bei und

1. Aussagen prüfen
2. falsch: schneidet die x-Achse an der Stelle
3. falsch: besitzt keine Nullstelle, da der Graph nach oben verschoben ist

alternative Lösung: mit besitzt zwei Nullstellen

1. richtig
2. richtig
3. falsch: miteinander multipliziert müssen die Steigungen ergeben
4. falsch: besitzt eine Nullstelle bei
5. Gleichsetzen der Geraden und :

→ Gleichung nach auflösen

Wert für in eine Geradengleichung einsetzen:

Somit ergibt sich der Schnittpunkt:

1. Allgemeine Geradengleichung:

Es gilt:

→

Einsetzen von liefert:

→

→

Schnittpunkt mit der y-Achse:

→

Schnittpunkt mit der x-Achse:

→

Zusatzaufgabe:

Allgemeine Gleichung von :

Schritt 1: 🡪 Schnittpunkt von und ist also:

Schritt 2: Orthogonalitätsbedingung: Gerade ist orthogonal zur Geraden , wenn das Produkt ihrer Steigungen ergibt, das heißt:

🡪 Steigung von :

Schritt 3: Einsetzen der Steigung sowie des Schnittpunktes in die allgemeine Geradengleichung von und Auflösen nach :

Es ist also: