**Handreichung zu „Definitions- und Wertebereich“**

**Mathematisches Gebiet:** Funktionen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 10

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Vorbereitung auf die BLF

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 3 „Funktionen und lineare Gleichungssysteme“, Klasse 8

**Inhalt:**

Das Material dient zur Wiederholung von Definitions- und Wertebereich von Funktionen und möglicher Eingrenzungen dieser anhand konkreter, elementarer Beispielfunktionen. Es wird in Einzelarbeit bearbeitet.

Die Schülerinnen und Schüler beantworten Fragen zum Themengebiet mit vorgegebenen Antwortmöglichkeiten indem sie eine Büroklammer in der Farbe der richtigen Lösung an das Aufgabenblatt heften. Die Fragen behandeln jeweils an konkreten Beispielen Größe und Einschränkungen von Definitions- und Wertebereich.

Das Material umfasst ebenfalls zwei Zusatzaufgaben für leistungsstärkere Schülerinnen und Schüler. In beiden Aufgaben ermitteln die Lernenden Parameter einer allgemeinen Funktionsgleichung (von linearen Funktionen und Potenzfunktionen) so, dass der Wertebereich Einschränkungen besitzt.

Bei diesem Material bietet es sich an einige Vorlagen zu laminieren um papiersparend zu arbeiten. Man kann die Lösung auf der Rückseite mit einem entsprechenden farbigen Punkt markieren.

Als Abwandlungsmöglichkeit können die Klammerkarten als Sets angefertigt werden. Man kann mehrere Karten mit unterschiedlichen Schwierigkeitsgraden oder Karten, bei denen je ein Schwerpunkt behandelt wird, anfertigen.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:** Die Schülerinnen und Schüler…

* …können den Definitions- und Wertebereich elementarer Funktionen bestimmen.
* …können Funktionen hinsichtlich ihres Wertebereichs vergleichen.

**Materialbedarf:**

1 Arbeitsblatt pro Schüler

Büroklammern in blau, grün und rot

**Medien:**

-

Material: Definitions- und Wertebereich

Einzelarbeit, 10 min, Hilfsmittel: keine

Querverweise: M1 als Voraussetzung, M3 als Weiterführung

**Definitions- und Wertebereich**

Wählen Sie bei jeder Frage eine der drei Antwortmöglichkeiten aus, indem Sie jeweils eine grüne, blaue oder rote Klammer anstecken.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Blau | Grün | Rot |  |
| 1. Welche der Funktionen ist nicht für $x = 9$ definiert? | $$f\left(x\right) = \frac{3}{9 - x}$$ | $$f\left(x\right) = \frac{9}{3 - x}$$ | $$f\left(x\right) = \frac{9}{x}$$ |  |
| 2. Welche der Funktionen besitzt Einschränkungen im Wertebereich? | $$f\left(x\right) = 3x - 5$$ | $$f\left(x\right) = x³$$ | $$f\left(x\right) = x^{2} - 100$$ |
| 3. Wie lautet der Wertebereich der Funktion $f(x) = 5x + 9$? | $$f\left(x\right) \in R,$$$$f\left(x\right) > 9$$ | $$f\left(x\right) \in R,$$$$f\left(x\right) > \frac{9}{5}$$ | $$f\left(x\right) \in R$$ |
| 4. Welche der Funktionen ist auf ganz $R$ definiert? | $$\frac{x²}{3 + x}$$ | $$\frac{x²}{3}$$ | $$\frac{x²}{3 - x}$$ |
| 5. Was gilt für die Funktion$f(x) = sin(x)$? | Der Definitionsbereich ist nicht ganz $R$. | Der Wertebereich ist nicht ganz $R$. | Definitions- und Wertebereich sind jeweils ganz $R$. |
| 6. Welches der Funktionenpaare besitzt den gleichen Wertebereich? | $$f\left(x\right) = sin(3x) $$und $g\left(x\right) = cos(4x)$ | $f\left(x\right) = sin(x+3)$ und $g\left(x\right) = sin\left(x\right)+3$ | $f\left(x\right) = sin(2x)$ und $$g\left(x\right) = 2cos(2x)$$ |
| 7. Für welche Funktion gilt die Aussage:„$f(x)$ ist niemals negativ“? | $$f\left(x\right) = x² - 3$$ | $$f\left(x\right) = \sin(\left(0,5x\right))+ 2$$ | $$f\left(x\right) = 3x + 50$$ |

Eine Funktion der Form $f(x) = m ⋅ x + n$ soll Einschränkungen im Wertebereich besitzen. Geben Sie für diesen Fall den Wert von m an. Begründen Sie ihre Entscheidung. Geben Sie zusätzlich den Wertebereich in Abhängigkeit von n an.

Gegeben sei eine Funktion der Form $f(x) = x^{n}$. Geben Sie eine Bedingung für n an, damit die Funktion Einschränkungen im Definitionsbereich besitzt. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Definitions- und Wertebereich – Erwartungsbild**

1. Blau, weil der Nenner der Funktion $f\left(x\right) = \frac{3}{9 - x}$ an der Stelle $x = 9$ Null wird und eine Teilung durch $0$ nicht möglich ist.

2. Rot, weil die Funktion $f\left(x\right) = x² - 100$ keinen Wert annimmt, der kleiner als $-100$ ist.

3. Rot, weil bei dieser Gerade jeder Wert für $f\left(x\right)$ angenommen werden kann. Zur Veranschaulichung hilft es, sich den Graphen der Funktion vorzustellen.

4. Grün, weil die anderen Funktionen Definitionslücken bei $-3$ bzw. $3$ haben, jedes $x \in R$ jedoch in $\frac{x²}{3}$ eingesetzt werden kann.

5. Grün, da für $f(x)$ gilt: $-1 ⩽ f(x) ⩽ 1$.

6. Blau, weil für beide Funktionen jeweils gilt: $-1 ⩽ f(x) ⩽ 1.$

7. Grün, weil für die Funktion $f(x) = sin(0,5x) + 2$ gilt: $1 ⩽ f(x) ⩽ 3$.

Zusatzaufgaben:

1. Eine lineare Funktion besitzt nicht ganz $R$ als Wertebereich, wenn $m = 0$ gilt, d.h. der Anstieg $0$ beträgt. Der Wertebereich ist dann gleich $n$, da mit $m = 0$ gilt: $f(x) = m ⋅ x + n = n$.

2. Es muss gelten: $n < 0$. Wäre $n$ negativ und $x = 0$, so würde durch $0$ geteilt werden müssen (denn: $x^{-n} = \frac{1}{x^{n}}$ mit $n \in N$), was unzulässig ist.