**Handreichung zu „Der Funktionsbegriff“**

**Mathematisches Gebiet:** Funktionen

**Zielgruppe:** Gymnasium, Klasse 10

**Vorgeschlagener Einsatzzeitraum:**

Vorbereitung auf die BLF

**Vorausgesetzte Kenntnisse und Fähigkeiten:**

* Behandlung der entsprechenden Lehrplaninhalte aus Lernbereich 3 „Funktionen und lineare Gleichungssysteme“, Klasse 8

**Inhalt:**

Das Material dient zur Wiederholung des Funktionsbegriffes als eindeutige Zuordnung inklusive der Darstellung von Funktionen mittels Funktionsgraphen. Es wird in Einzelarbeit bearbeitet.

Die Lernenden definieren zunächst den Funktionsbegriff in eigenen Worten und entscheiden anschließend, ob gegebene Darstellungen Graphen von Funktionen entsprechen. Anschließend skizzieren sie Graphen durch wörtliche Beschreibung gegebener Zuordnungen und finden umgekehrt eine passende Zuordnungsbeschreibung zu einem gegebenen Graphen. Darüber hinaus ordnen sie Funktionen, die in Form ihrer Funktionsgleichung gegeben sind, passende Funktionsgraphen zu.

Eine Zusatzaufgabe für leistungsstarke Lernende umfasst das Finden von Beispielen von Funktionen mit und ohne Umkehrfunktion aus den Funktionen einer zuvor bearbeiteten Aufgabe. Dabei steht die Definition des Begriffs „Umkehrfunktion“ als Hilfe zur Verfügung.

Bei diesem Material bietet es sich an einige Vorlagen zu laminieren um papiersparend zu arbeiten.

Als Abwandlungsmöglichkeit können die Funktionsgleichungen dem Niveau der Klasse angepasst werden. Somit ist es möglich einfachere oder komplexere Gleichungen zu erstellen.

**Zu erlernende Kenntnisse und Fähigkeiten:** Die Schülerinnen und Schüler …

* …können den Funktionsbegriff erklären.
* …können entscheiden, ob gegebene Graphen Darstellungen von Funktionen sind.
* …können Graphen zu Zuordnungen skizzieren und umgekehrt zu einem gegebenen Graphen eine mögliche Zuordnung finden.
* …können elementaren Funktionen die passenden Graphen zuordnen.

**Materialbedarf:**

1 Arbeitsblatt pro Schüler

**Medien:**

-

Material: Der Funktionsbegriff

Einzelarbeit, 15 min, Hilfsmittel: keine

Querverweise: M2 als Weiterführung

**Der Funktionsbegriff**

1. Definieren Sie den Begriff „Funktion“.
2. Geben Sie an, welche der folgenden Darstellungen Graphen von Funktionen sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\11.pngA | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\22.pngB | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\33.pngC |

1. Zuordnungen
2. Skizzieren Sie die Graphen zu folgenden Zuordnungen
3. Brenndauer → Höhe einer Kerze
4. Alter eines Menschen → Körpergröße
5. Zeit → Temperatur eines sich abkühlenden Tees
6. Geben Sie eine Zuordnung wie in Aufgabe a) an, die zu dem folgenden Funktionsgraphen passt.

$$f(x)$$

$$x$$

1. Ordnen Sie den Funktionsgleichungen den passenden Graphen zu.

I. $f(x) = \sqrt{x}$ II. $f(x) = ln\left(x\right)$ III. $f(x) = \frac{1}{x^{2}}$

IV. $f(x) = e^{x}$ V. $f(x) = |x|$ VI. $f(x) = x^{2}$

VII. $f(x) = \frac{1}{x}$ VIII. $f(x) = sin\left(x\right)$ IX. $f(x) = cos(x)$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\h.pngA | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\d.pngB | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\c.pngC |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\e.pngD | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\a.pngE | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\f.pngF |
| C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\b.pngG | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\i.pngH | C:\Users\AlexWiebke\AppData\Local\Microsoft\Windows\INetCache\Content.Word\g.pngI |



„Eine Funktion $f$ ist umkehrbar, wenn im Koordinatensystem auf einer Parallelen zur x-Achse niemals mehrere Punkte des Graphen liegen.“

Geben Sie jeweils eine Funktion aus 4. an, die eine Umkehrfunktion besitzt und eine, die keine Umkehrfunktion besitzt. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Der Funktionsbegriff – Erwartungsbild**

1. Eine Funktion f ordnet jedem Element x aus einer Definitionsmenge genau ein Element $y = f(x)$ einer Zielmenge zu. Man spricht auch von Definitions- und Wertebereich statt Definitions- und Zielmenge.
2. Graphen von Funktionen: C. Hier wird eine eindeutige Zuordnung gewährleistet.

Kein Graph einer Funktion: A, B. Hier wird eine eindeutige Zuordnung nicht gewährleistet, jedem x-Wert darf nur jeweils ein y-Wert zugeordnet werden.

1. Zuordnungen

a)

$$f(x)$$

$$x$$

1. Das Niederbrennen einer Kerze verläuft näherungsweise linear, dabei nimmt die Höhe der Kerze ab, bis die Kerze ganz heruntergebrannt ist und ausgeht. Je dünner die Kerze, desto schneller brennt sie herunter.

$$f(x)$$

$$x$$

$$20$$

$$40$$

$$60$$

1. Ein Mensch wächst hauptsächlich bis zu seinem 19.-24. Lebensjahr. Zu Beginn ist das Wachstum stark, nach der Pubertät nur noch minimal. Im hohen Alter verliert man sogar etwas an Körpergröße.

$$f(x)$$

$$x$$

$$20$$

1. Beim Abkühlen des Tees sinkt dessen Temperatur bis auf Raumtemperatur ab. Je höher der Temperaturunterschied, desto schneller kühlt der Tee ab.
2. Dem Funktionsgraphen lässt sich beispielsweise eine Schwingung einer Schaukel oder einer Boje im Meer zuordnen, also:

Zeit → Ort einer Schaukel (Vor- und Rückbewegung)

Zeit → Höhe einer Boje beim Wellengang

1. I - E, II - C, III - F, IV - A, V - G, VI - D, VII - I, VIII - B, IX - H

Zusatzaufgabe:

Aus der Aussage folgt, dass Funktionen genau dann umkehrbar sind, wenn jedem y-Wert nur ein x-Wert zugeordnet ist. Umkehrbar sind demnach die Funktionsgraphen: A, C, E, I. Nicht umkehrbar sind: B, D, F, G, H.